

**PROIECT**  
**TRIUNGHIUL**

Elev: .....

Clasa.....

Unitatea.Şc.cu cls.1-VIII com.Brădeni

Jud.Sibiu

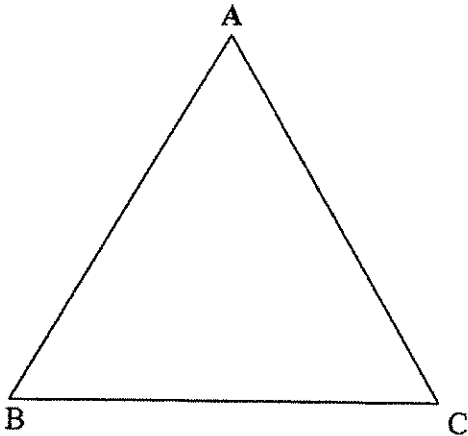
Profesor S.E.I. Gierling Adela



## 1. Definiție.Elemente

**Definiție:** Fie  $A, B, C$  trei puncte distincte două câte două, necoliniare. Numim triunghi o reuniune de forma  $[AB] \cup [BC] \cup [CA]$

**Notăm:**  $\nabla ABC$



**Elementele triunghiului :**

-vârfuri : punctele  $A, B, C$

-unghiuri :  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$

-laturi :  $[AB], [AC], [BC]$

**Alte noțiuni**

Interiorul triunghiului notat  $\text{Int}(\nabla ABC)$

Exteriorul triunghiului notat  $\text{Ext}(\nabla ABC)$

**Exercițiu rezolvat :** Desenați și notați un triunghi. Scrieți :

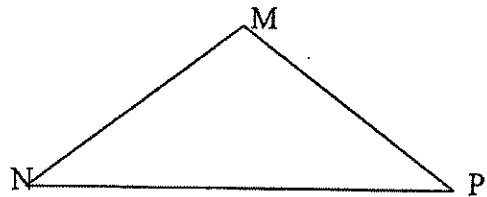
-vârfurile :  $M, N, P,$

-laturile :  $[MN], [NP], [MP]$

-unghiurile :  $\hat{M}, \hat{N}, \hat{P}$

Desenați punctul  $S$  în interiorul triunghiului

Desenați punctul  $T$  în exteriorul triunghiului



**Exercițiu propus :** : Desenați și notați un triunghi. Scrieți :

-vârfuri

-laturile

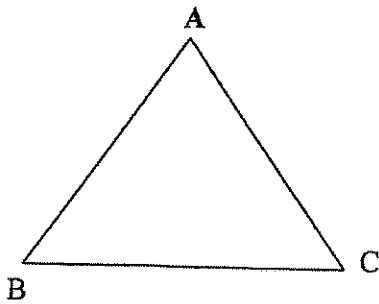
-unghiurile

Desenați punctul  $D$  în interiorul triunghiului

Desenați punctul  $F$  în exteriorul triunghiului

## 2. Unghiurile triunghiului

**Teoremă :** Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi este egală cu  $180^\circ$



$\nabla ABC$

$$m(\hat{A}) + m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 180^\circ$$

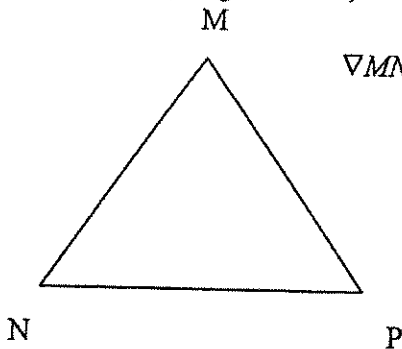
**Observație:** Într-un triunghi, laturii cu lungimea cea mai mare i se opune unghiul cu măsura cea mai mare și reciproc: unghiului cu măsura cea mai mare i se opune latura cu lungimea cea mai mare.

**Exercițiu rezolvat :** Fie  $\nabla MNP$  cu  $m(\hat{M}) = 65^\circ$ ,  $m(\hat{N}) = 55^\circ$ . Calculați  $m(\hat{P})$

Ipoteză:(I)  $m(\hat{M}) = 65^\circ$   
 $m(\hat{N}) = 55^\circ$  ( ceea ce ne spune problema)

Concluzie:(C)  $m(\hat{P})$  ( ceea ce ne cere problema)

Demonstrație:(Dem) la geometrie, demonstrația începe cu desenul)



$$\nabla MNP \Rightarrow m(\hat{M}) + m(\hat{N}) + m(\hat{P}) = 180^\circ$$

$$65^\circ + 55^\circ + m(\hat{P}) = 180^\circ$$

$$120^\circ + m(\hat{P}) = 180^\circ$$

$$m(\hat{P}) = 180^\circ - 120^\circ$$

$$m(\hat{P}) = 60^\circ$$

c.c.t.d.(q.e.d)-se trece la finalul demonstrației.

### Exerciții propuse:

1. Fie  $\nabla ABC$  cu  $m(\hat{A}) = 75^\circ$ ,  $m(\hat{B}) = 65^\circ$ . Calculați  $m(\hat{C})$

2. Fie  $\nabla PQR$  cu  $m(\hat{P}) = 105^\circ$ ,  $m(\hat{R}) = 35^\circ$ . Calculați  $m(\hat{Q})$

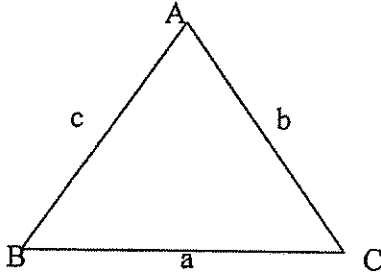
### 3. Inegalități în triunghiuri

Fie  $\nabla ABC$ . Considerăm :

Latura  $[AB]$  are lungimea  $AB=c$

Latura  $[BC]$  are lungimea  $BC=a$

Latura  $[AC]$  are lungimea  $AC=b$  ( ca în figura alăturată )



În orice triunghi au loc următoarele inegalități :

$$a+b>c \text{ și } c>|a-b|$$

$$a+c>b \text{ și } b>|a-c|$$

$$b+c>a \text{ și } a >|b-c|$$

#### La ce ne sunt utile aceste inegalități?

**Exercițiu rezolvat :** Verificați care dintre următoarele triplete de numere pot constitui lungimile laturilor unui triunghi : (3,7,4) sau (3,7,8)

(3,7,4)

Verificăm:

$$3+7>4 > |7-3| \text{ (F)}$$

Deoarece  $4=7-3$

$$\Rightarrow (3,7,4)$$

nu pot constitui lungimile laturilor unui triunghi

(3,7,8)

Verificăm

$$3+7>8 > |7-3| \text{ (A)}$$

$$3+8>7 > |8-3| \text{ (A)}$$

$$7+8>3 > |8-7| \text{ (A)}$$

$$\Rightarrow (3,7,8)$$

pot constitui lungimile laturilor unui triunghi

**Exercițiu propus:** Verificați care dintre următoarele triplete de numere pot constitui lungimile laturilor unui triunghi : (5,6,7) sau (5,2,7)

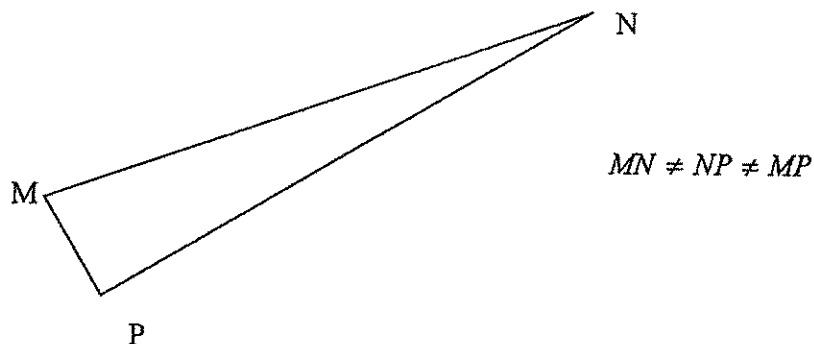
## 4. Clasificarea triunghiurilor

Clasificarea triunghiurilor se face după mai multe criterii :

### 4.1. În funcție de lungimile laturilor :

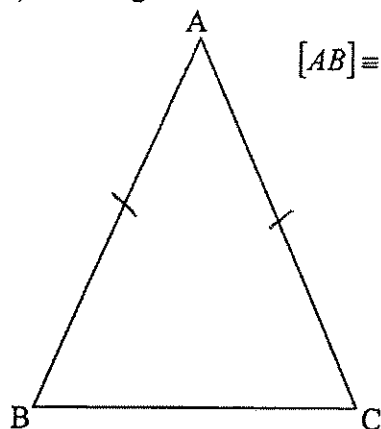
#### 4.1.1. Triunghiuri oarecare (sau scalene)

**Definiție:** Triunghiul cu laturile de lungimi diferite se numește triunghi oarecare sau triunghi scalen



#### 4.1.2. Triunghiuri isoscele

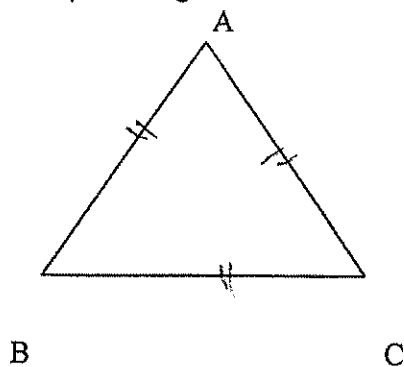
**Definiție:** Triunghiul cu două laturi congruente ( care au aceeași lungime ) se numește triunghi isoscel



$$[AB] \equiv [AC] \Rightarrow AB = AC \Rightarrow \nabla ABC - \nabla \text{isoscel}$$

#### 4.1.3 Triunghiuri ecilaterale

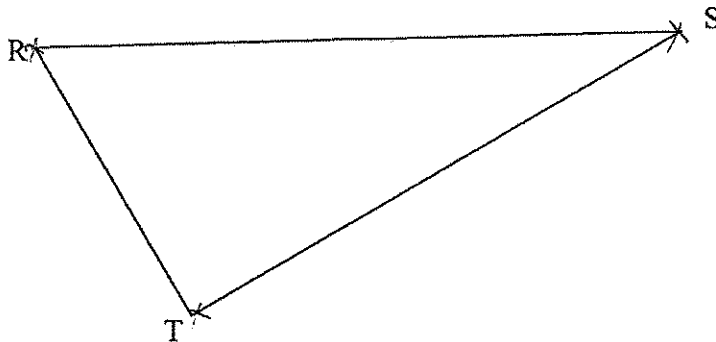
**Definiție:** Triunghiul cu toate laturile congruente (care au aceeași lungime) se numește triunghi echilateral.



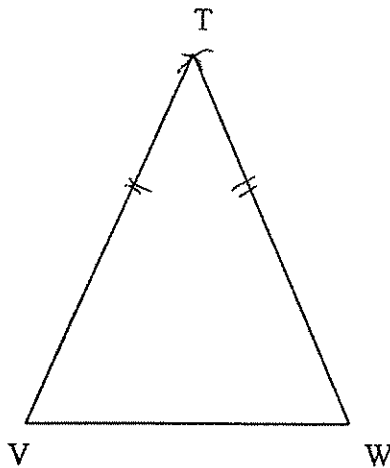
$$[AB] \equiv [AC] \equiv [BC] \Rightarrow \\ AB = AC = BC \Rightarrow \nabla ABC - \nabla \text{echilateral}$$

**Exercițiu rezolvat :** Desenați și notați un triunghi oarecare , un triunghi isoscel și un triunghi echilateral .  
 Cum desenăm un triunghi oarecare ? Desenăm trei puncte distincte , necoliniare și le unim.

$T \neq R \neq S$  – puncte distincte două câte două



Cum desenăm un triunghi isoscel ? Desenăm un segment , apoi cu compasul luăm o deschidere a acestuia mai mare decât segmentul luat . Punem piciorul compasului în unul din capetele segmentului și cu vârful acestuia trasăm un arc de cerc , apoi mutăm piciorul compasului în celălalt capăt al segmentului și trasăm un arc de cerc pînă cînd acesta intersectează primul arc . Punctul de intersecție este cel de-al treilea vîrf al triunghiului . Unim acest punct cu capetele segmentului și obținem triunghiul isoscel  
**ATENȚIE** . Cînd mutăm vîrfurile compasului dintr-un capăt al segmentului în celălalt capăt nu modificăm deschiderea compasului.

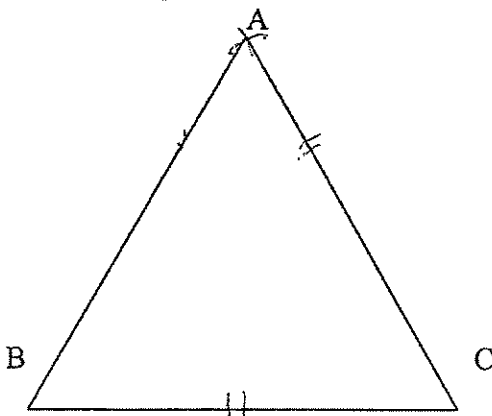


$$[TV] \equiv [TW] \Rightarrow TV = TW \Rightarrow$$

$$\nabla TVW$$

-triunghi isoscel

Cum desenăm un triunghi echilateral ? Desenăm un segment , apoi cu compasul luăm o deschidere a acestuia egală cu segmentul luat . Punem piciorul compasului în unul din capetele segmentului și cu vârful acestuia trasăm un arc de cerc , apoi mutăm piciorul compasului în celălalt capăt al segmentului și trasăm un arc de cerc pînă cînd acesta intersectează primul arc . Punctul de intersecție este cel de-al treilea vîrf al triunghiului . Unim acest punct cu capetele segmentului și obținem triunghiul echilateral.  
**ATENȚIE** . Cînd mutăm vîrfurile compasului dintr-un capăt al segmentului în celălalt capăt nu modificăm deschiderea compasului.



$$[AB] \equiv [AC] \equiv [BC] \Rightarrow$$

$$AB = AC = BC \Rightarrow \nabla ABC - \nabla \text{echilateral}$$

**Exercitiu propus** : Desenați și notați un triunghi oarecare , un triunghi isoscel și un triunghi echilateral

Triunghi oarecare

Triunghi isoscel

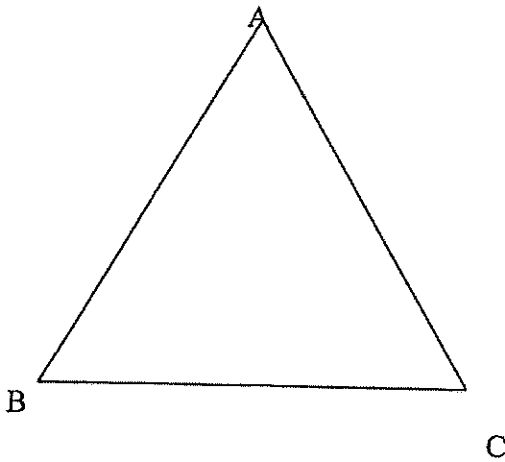
Triunghi echilateral



## 4.2. În funcție de măsurile unghiurilor :

### 4.2.1. Triunghiuri ascuțitunghice

**Definiție :** Triunghiul cu toate unghiurile ascuțite se numește triunghi ascuțitunghic. ( $h\hat{k}$  - unghi ascuțit  
 $\Leftrightarrow 0^\circ < m(h\hat{k}) < 90^\circ$ )

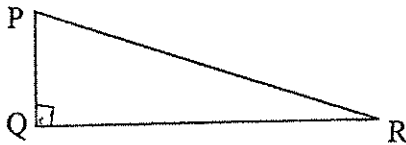


$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 0^\circ < m(\hat{A}) < 90^\circ \\ 0^\circ < m(\hat{B}) < 90^\circ \\ 0^\circ < m(\hat{C}) < 90^\circ \end{aligned}$$

### 4.2.2. Triunghiuri dreptunghice

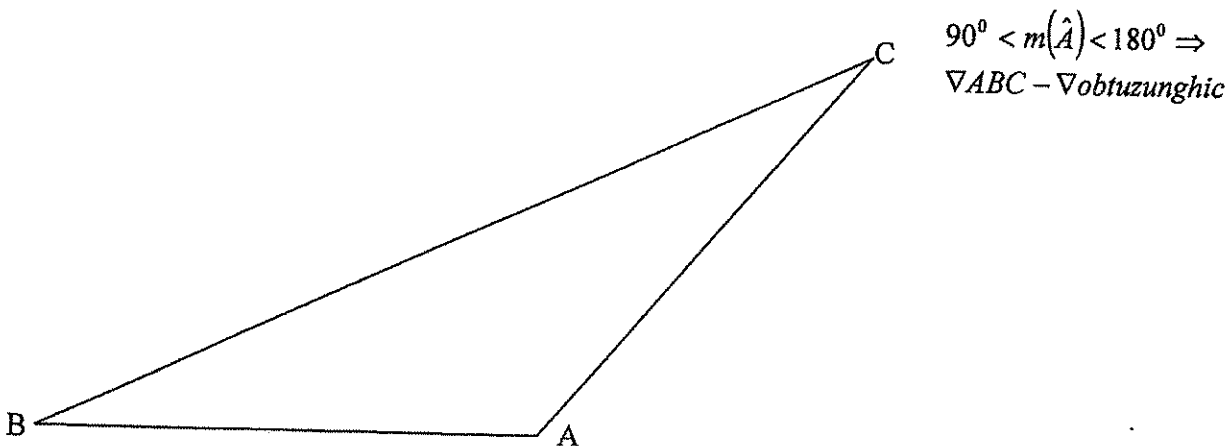
**Definiție:** Triunghiul cu un unghi drept se numește triunghi dreptunghic ( $h\hat{k}$  – unghi drept  
 $\Leftrightarrow m(h\hat{k}) = 90^\circ$ )

$$m(\hat{Q}) = 90^\circ \Rightarrow \nabla PQR - \nabla \text{dreptunghic}$$



### 4.2.3. Triunghiuri obtuzunghice

**Definiție:** Triunghiul cu un unghi obtuz se numește triunghi obtuzunghic ( $h\hat{k}$  – unghi obtuz  
 $\Leftrightarrow 90^\circ < m(h\hat{k}) < 180^\circ$ )



$$\begin{aligned} 90^\circ < m(\hat{A}) < 180^\circ \Rightarrow \\ \nabla ABC - \nabla \text{obtuzunghic} \end{aligned}$$

**Exercițiu propus:** Desenați și notați:

Un triunghi ascuțitunghic

Un triunghi dreptunghic

Un triunghi obtuzunghic

## 5. Linii importante în triunghi

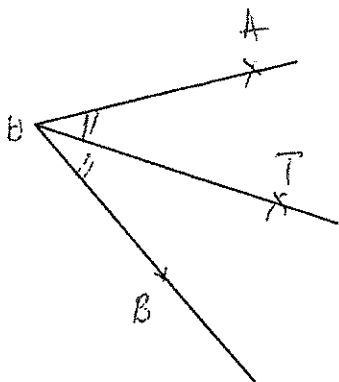
### 5.1. Bisectoarea

**Definiție:** Numim bisectoarea unui unghi semidreapta cu originea în vârful unghiului, dusă în interiorul unghiului care împarte unghiul în două unghiuri congruente.

$A\hat{O}B$  – unghi

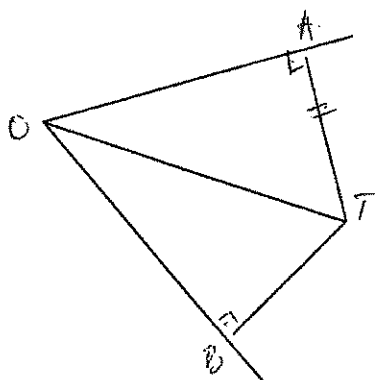
$[OT - bisectoare \Rightarrow A\hat{O}T \equiv T\hat{O}B \Rightarrow$

$$m(A\hat{O}T) = m(T\hat{O}B) = \frac{m(A\hat{O}B)}{2}$$



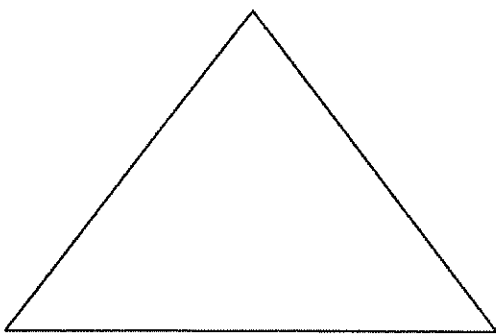
**Teoremă:** Distanțele de la un punct oarecare de pe bisectoarea la laturile unghiului sunt egale.

$$d(OT, OA) = d(OT, OB) \Leftrightarrow TA = TB \Rightarrow [TA] \equiv [TB]$$

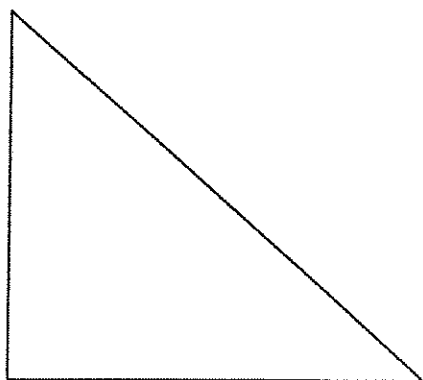


**Exercitiu propus:** Determinați centrul de greutate al triunghiurilor de mai jos

a) triunghi ascuțitunghic



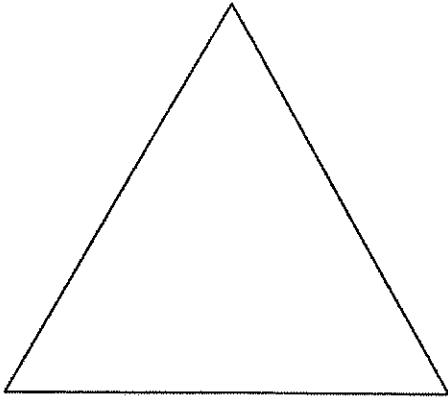
b) triunghi dreptunghic



c) triunghi obtuzunghic



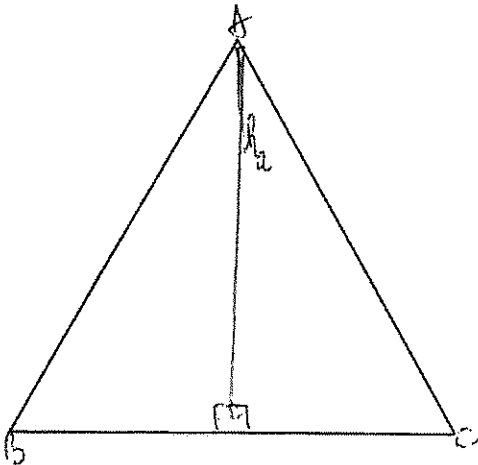
**Exercițiu propus:** Determinați centrul cercului circumscris triunghiului de mai jos



**!! Centrul de greutate al unui triunghi , centrul cercului înscris în triunghi și centrul cercului circumscris triunghiului sunt puncte care aparțin interiorului triunghiului , indiferent de natura acestuia .**

#### 5.4. Înălțimea

**Definiție :** Numim înălțimea unui triunghi segmentul cuprins între vârful triunghiului și piciorul perpendicularei coborâte din acel vârf pe latura opusă.

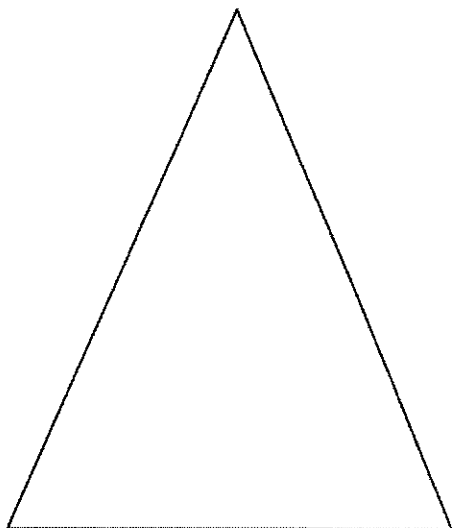


**!! Triunghiul are trei vârfuri și laturi  $\Rightarrow$  Triunghiul are trei înălțimi**

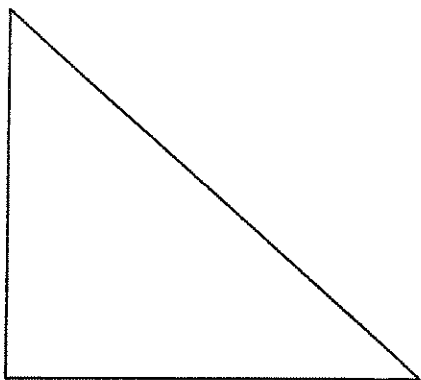
**Teoremă:** Cele trei înălțimi ale triunghiului sunt concurente . Punctul de intersecție înălțimilor se notează cu H și se numește ortocentrul triunghiului .

**Exercitiu propus :** Determinați ortocentrul triunghiurilor din imagine

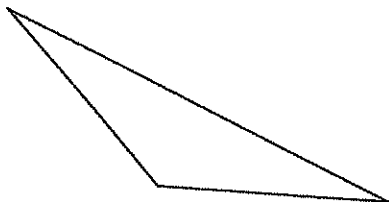
a) triunghi ascuțitunghic



b) triunghi dreptunghic



d) triunghi obtuzunghic



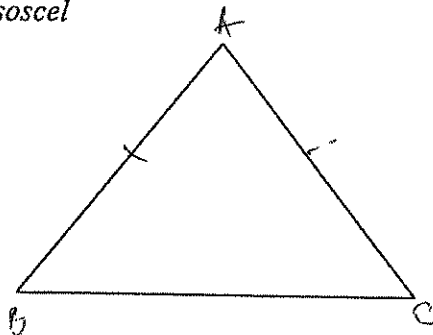
## 7. Triunghiul isoscel

**Definiție:** Triunghiul cu două laturi congruente se numește triunghi isoscel.

A

$\nabla ABC$

$[AB] \equiv [AC] \Rightarrow \nabla ABC - \nabla \text{isoscel}$



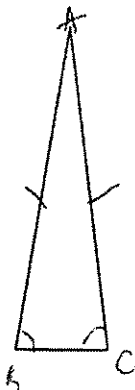
$[BC]$  - baza

!!! Cea de a treia latură a triunghiului isoscel se numește baza triunghiului .

### Proprietățile triunghiului isoscel

#### 7.1. Proprietăți referitoare la unghiuri:

Într-un triunghi isoscel unghiurile de la bază sunt congruente.

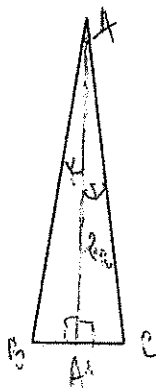


$\nabla ABC$  -triunghi isoscel

$[AB] \equiv [AC] \Rightarrow \hat{B} \equiv \hat{C}$

#### 7.2. Proprietăți referitoare la linii importante în triunghi

Într-un triunghi isoscel înălțimea corespunzătoare bazei este și mediană , mediatoare și bisectoare .



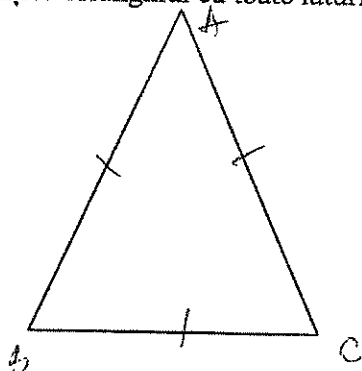
$[AA']$  - înălțime  $\Rightarrow [AA']$  - mediatoarea laturii  $[BC]$ , mediana laturii  $[BC]$  și bisectoarea  $\hat{A}$

**Exercițiu propus:** Desenați triunghiul isoscel  $MNP$  cu  $[MN] \equiv [MP]$ .

- Scrieți unghiurile congruente.
- Desenați bisectoarea  $\hat{M}$

## 8. Triunghiul echilateral

**Definiție:** Triunghiul cu toate laturile congruente se numește triunghi echilateral.



$\nabla ABC$  -triunghi echilateral

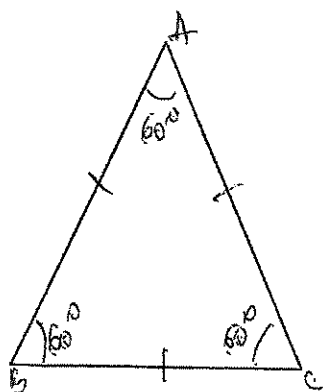
$$\Rightarrow [AB] \equiv [AC] \equiv [BC]$$

!!! Orice latură a triunghiului echilateral poate fi considerată bază.

### Proprietățile triunghiului echilateral

#### 8.1. Proprietăți referitoare la unghiuri:

Într-un triunghi echilateral toate unghiurile sunt congruente.



$\nabla ABC$  -triunghi echilateral

$$\Rightarrow \hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C}$$

!!! Toate unghiurile fiind congruente  $\Rightarrow$  toate unghiurile au aceeași măsură.

Un unghi al unui triunghi echilateral are măsura de  $60^\circ$

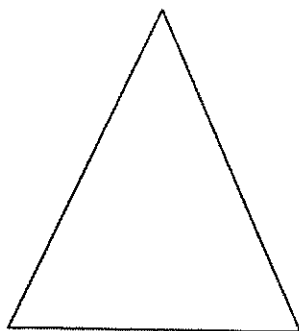
#### 8.2. Proprietăți referitoare la linii importante în triunghi

Într-un triunghi echilateral înălțimea corespunzătoare oricărei laturi este și mediană, mediatoare și bisectoare.

!!! În cazul unui triunghi echilateral,  $H=O=O'=G$  (ortocentrul, centrul de greutate, centrul cercului înscris în triunghi și centrul cercului circumscris triunghiului coincid)

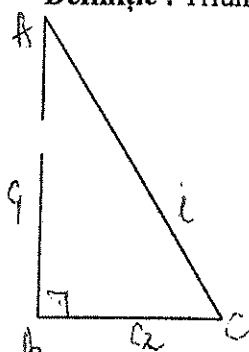
**Exercițiu propus.** Desenați cercul înscris în triunghiul din imagine și cercul circumscris acestuia.





## 9. Triunghiul dreptunghic

**Definiție :** Triunghiul cu un unghi drept se numește triunghi dreptunghic



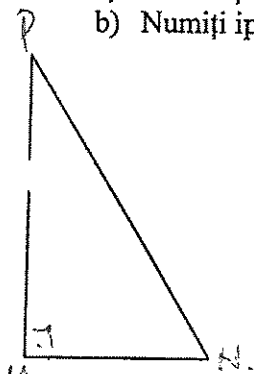
**Definiție :** 1. Laturile care formează unghiul drept se numesc catete  
2. Latura opusă unghiului drept se numește ipotenuză.

**Exercițiu rezolvat:** Fie triunghiul MNP un triunghi dreptunghic cu  $m(\hat{M}) = 90^\circ$

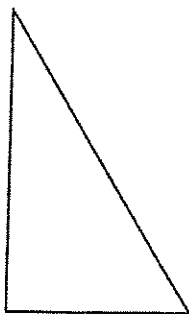
- a) Efectuați desenul
- b) Numiți ipotenuza și catetele triunghiului.

$$m(\hat{M}) = 90^\circ \Rightarrow [MN], [MP] - \text{catete}$$

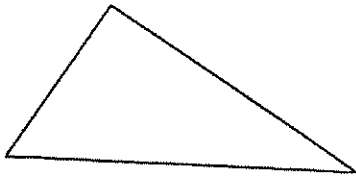
$[NP]$  - ipotenuză



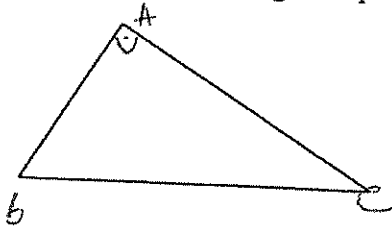
**Exercițiu propus:** 1. Fie triunghiul din imagine. Identificați unghiul drept apoi numiți ipotenuza și catetele triunghiului



2. Fie triunghiul din imagine. Identificați unghiul drept apoi numiți ipotenuza și catetele triunghiului



**Teoremă.** Într-un triunghi dreptunghic unghiurile ascuțite sunt complementare.

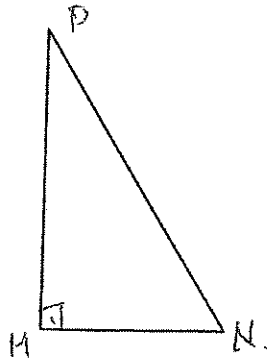


$$\nabla ABC \text{ -triunghi dreptunghic}$$

$$m(\hat{A}) = 90^\circ \Rightarrow m(\hat{B}) + m(\hat{C}) = 90^\circ$$

**Exercitiu rezolvat:** Fie triunghiul MNP un triunghi dreptunghic cu  $m(\hat{M}) = 90^\circ$ ,  $m(\hat{N}) = 35^\circ$ .

Calculați  $m(\hat{P})$



$$\nabla MNP \text{ -triunghi dreptunghic}$$

$$m(\hat{M}) = 90^\circ \Rightarrow m(\hat{N}) + m(\hat{P}) = 90^\circ$$

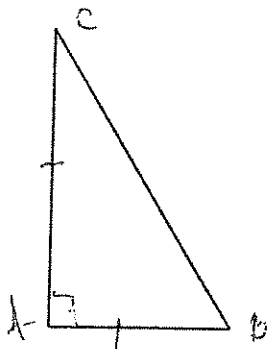
$$35^\circ + m(\hat{P}) = 90^\circ \Rightarrow$$

$$m(\hat{P}) = 90^\circ - 35^\circ \Rightarrow$$

$$m(\hat{P}) = 55^\circ$$

**Exercitiu propus:** Fie triunghiul PQR un triunghi dreptunghic cu  $m(\hat{P}) = 90^\circ$ ,  $m(\hat{Q}) = 36^\circ$ .  
Calculați  $m(\hat{R})$ . Efectuați desenul.

**Definiție:** Triunghiul dreptunghic cu catetele congruente se numește triunghi dreptunghic isoscel.

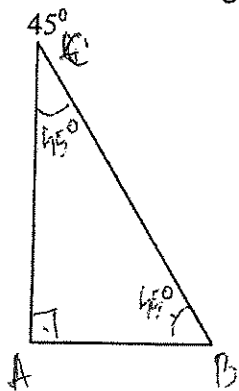


$\nabla ABC$  -triunghi dreptunghic

$$m(\hat{A}) = 90^\circ$$

$[AB] \equiv [AC] \Rightarrow \nabla ABC$  -triunghi dreptunghic isoscel.

**Teoremă.** Triunghiul dreptunghic isoscel are unghiurile ascuțite congruente, măsura lor fiind egală cu



$\nabla ABC$  -triunghi dreptunghic

$$m(\hat{A}) = 90^\circ$$

$[AB] \equiv [AC] \Rightarrow \nabla ABC$  -triunghi dreptunghic isoscel.  $\Rightarrow$

$$\hat{B} \equiv \hat{C} \Rightarrow m(\hat{B}) = m(\hat{C}) = 45^\circ$$

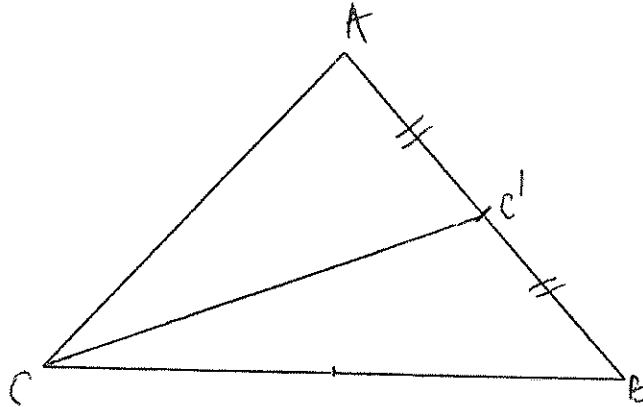
## 5.2. Mediana

**Definiție:** Numim mijlocul unui segment punctul care aparține segmentului și care împarte segmentul în două segmente congruente (două segmente cu aceeași lungime)



$$M \in (AB) \quad [MA] \equiv [MB].$$
$$MA = MB = \frac{AB}{2}$$

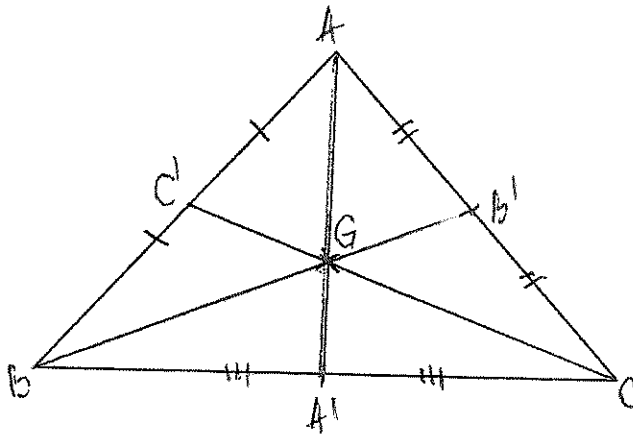
**Definiție:** Numim mediană segmentul de dreaptă care unește vârful unui triunghi cu mijlocul laturii opuse



$CC'$  - mediană

!! Triunghiul are trei vârfuri  $\Rightarrow$  Triunghiul are trei mediane

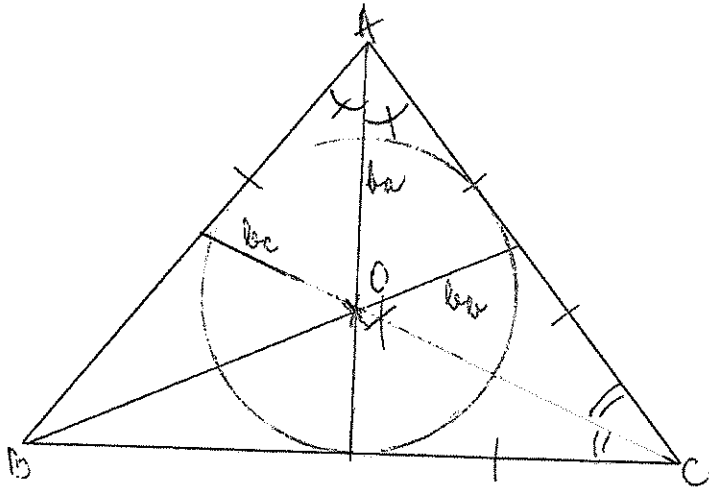
**Teoremă:** Cele trei mediane ale triunghiului sunt concurente. Punctul de intersecție al medianelor se notează cu G și se numește centrul de greutate al triunghiului.



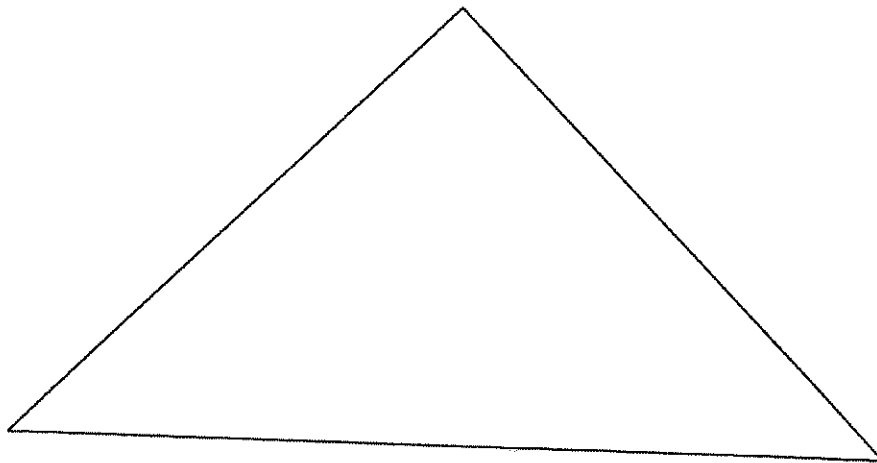
**Teoremă:** Centrul de greutate al unui triunghi se află pe orice mediană la o treime  $\left(\frac{1}{3}\right)$  din lungimea medianei de latură și două treimi  $\left(\frac{2}{3}\right)$  din lungimea medianei de vârf.

**!! Triunghiul are trei unghiuri  $\Rightarrow$  Triunghiul are trei bisectoare .**

**Teoremă:** Cele trei bisectoare ale unghiurilor triunghiului sunt concurente . Punctul de intersecție al bisectoarelor se notează cu  $O$  și se numește centrul cercului înscris în triunghi . ( laturile triunghiului sunt tangente la cerc , respectiv au un singur punct comun cu cercul )

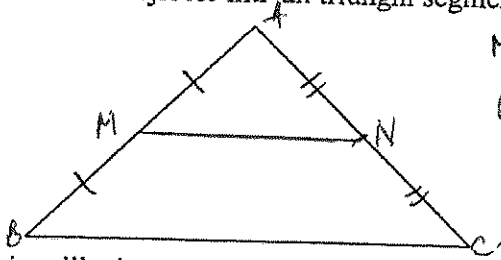


**Exercitiu propus:** Determinați centrul cercului înscris în triunghiul de mai jos :



## 6. Linia mijlocie în triunghi

**Definiție.** Numim linie mijlocie într-un triunghi segmentul de dreaptă care unește mijloacele a două laturi

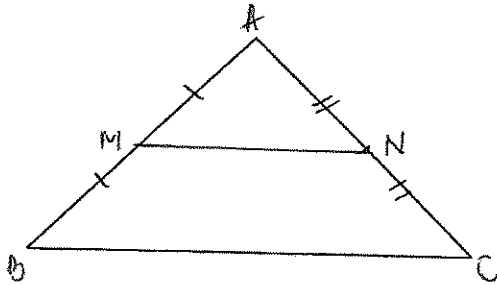


$$M \in (AB) \quad [MA] = [MB]$$

$$N \in (AC) \quad [NA] = [NC] \quad \Rightarrow$$

$MN$  - linie mijlocie.

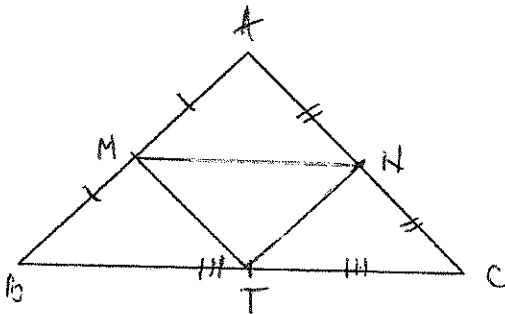
**Teoremă.** Linia mijlocie este paralelă cu cea de a treia latură și are lungimea jumătate din lungimea acesteia.



$MN$  - linie mijlocie  $\Rightarrow$

$$MN \parallel BC \quad MN = \frac{BC}{2}$$

**!! Triunghiul are trei linii mijlocii.**

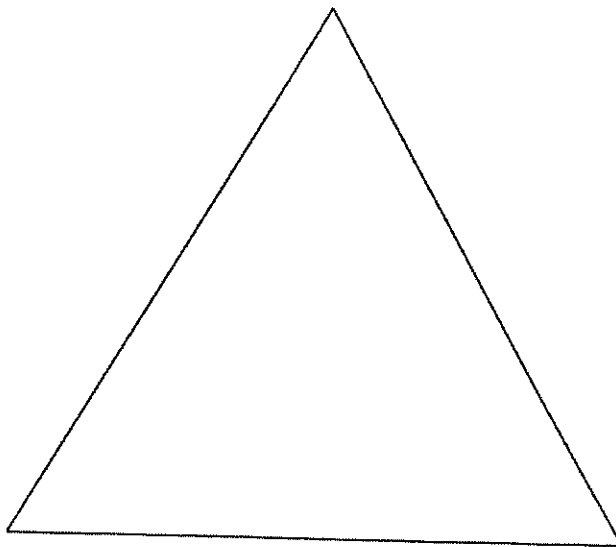


$$MN \parallel BC \quad MN = \frac{BC}{2}$$

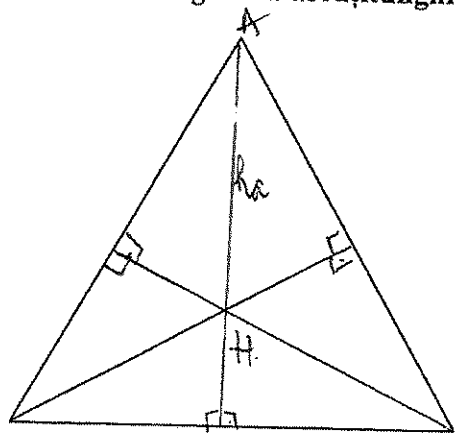
$$NT \parallel AB \quad NT = \frac{AB}{2}$$

$$MT \parallel AC \quad MT = \frac{AC}{2}$$

**Exercițiu propus:** Desenați liniile mijlocii ale triunghiului din imagine

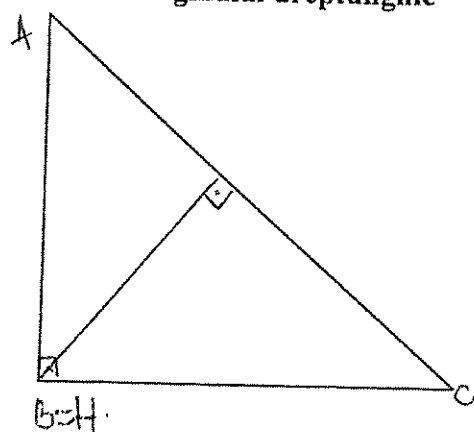


5.4.1. Ortocentrul triunghiului ascuțitunghic



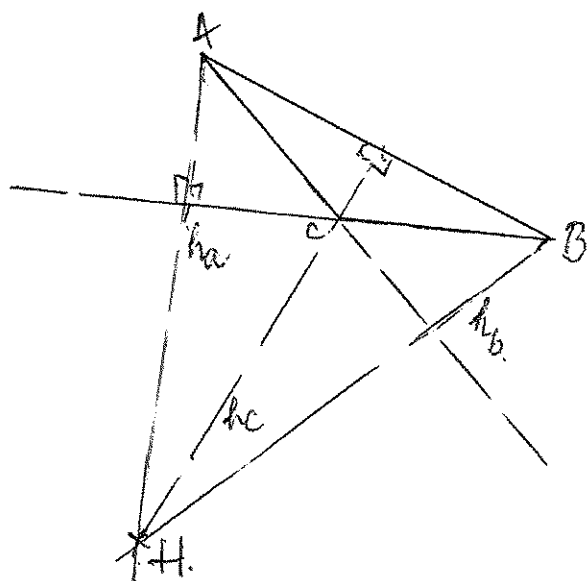
!!H –este un punct din interiorul triunghiului

5.4.2. Ortocentrul triunghiului dreptunghic



!! H coincide cu vârful triunghiului care este vârful unghiului drept

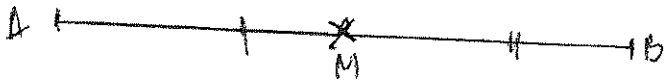
5.4.2. Ortocentrul triunghiului obtuzunghic



!! H este un punct care aparține exteriorului triunghiului

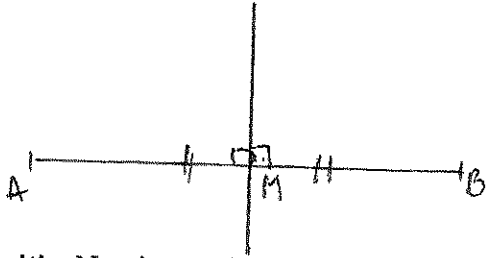
### 5.3. Mediatoarea

**Definiție:** Numim mijlocul unui segment punctul care aparține segmentului și care împarte segmentul în două segmente congruente (două segmente cu aceeași lungime)

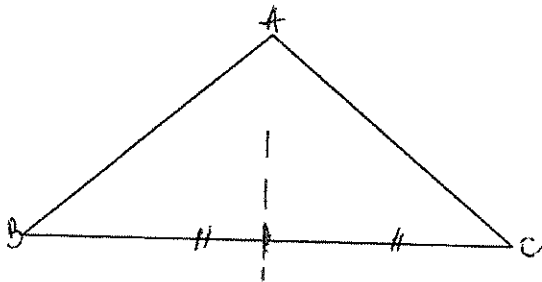


$$M \in [AB] \quad [MA] \equiv [MB]$$
$$MA = MB = \frac{AB}{2}$$

**Definiție:** Numim mediatoarea unui segment dreapta perpendiculară pe segment pe mijlocul segmentului

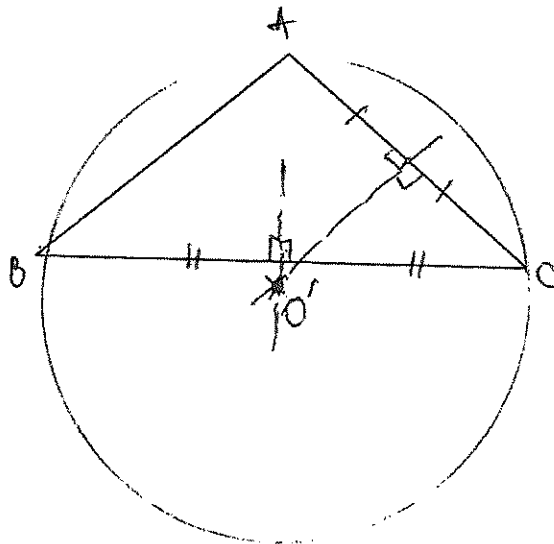


**Definiție:** Numim mediatoarea a triunghiului dreapta perpendiculară pe latura triunghiului, pe mijlocul acesteia.



**!! Triunghiul are trei laturi  $\Rightarrow$  Triunghiul are trei mediatoare**

**Teoremă:** Cele trei mediatoare ale triunghiului sunt concurente. Punctul de intersecție al mediatoarelor se notează cu  $O'$  și se numește centrul cercului circumscris triunghiului. (Vârful trianglei aparțin aceluiași cerc)





# PORTOFOLIU

## PATRULATER

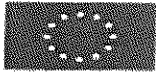
Eleva: .....

Clasa.....

Unitatea.Şc.cu cls.1-VIII com.Brădeni

Jud.Sibiu

Profesor S.E.I. Gierling Adela



UNIUNEA EUROPIANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI  
MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE  
PROIECT ÎN CADRUL  
ANEXELOR



Fondul Social European  
POSDRU 2007-2013



Instrumente Structurale  
2007-2013

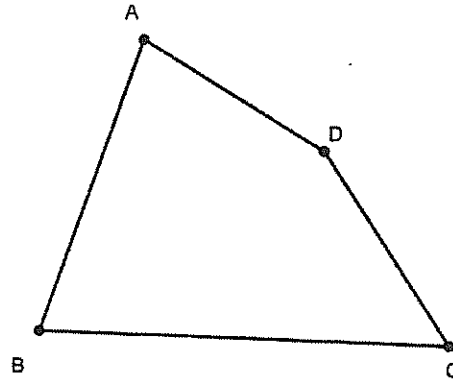
# FIȘĂ DE EVALUARE

## PATROLATERE. PARALELOGRAM.

1. Fie patrulaterul din figura alăturată.

Desenați diagonalele sale. Numiți:

- a) Laturile sale : .....
- b) Două vârfuri opuse: .....
- c) Două laturi consecutive : .....
- d) Un unghi al său (folosind 3 litere): .....
- e) Laturile care formează unghiul  $\hat{A}$  : .....
- f) Diagonalele sale: .....
- g) Diagonala opusă unghiului  $\hat{D}$  : .....



2. Completați enunțurile de mai jos pentru a obține propoziții adevărate:

- a) Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este de .....°.
- b) Un caz particular de patrulater este .....
- c) Un patrulater care nu este convex se numește: .....

3. Alegeți răspunsul corect (numai un răspuns este corect):

a) Fie paralelogramul ABCD ; dacă  $m(\hat{A}) = 35^\circ$  atunci  $m(\hat{C})$  este de :

- A.  $145^\circ$
- B.  $55^\circ$
- C.  $35^\circ$

b) Fie paralelogramul MNPQ ; dacă  $m(\hat{N}) = 100^\circ$  atunci  $m(\hat{P})$  este de :

- A.  $100^\circ$
- B.  $80^\circ$
- C.  $180^\circ$

4. Fie patrulaterul ABCD din figura alăturată având măsurile exprimate ca în figură ,  $x \in \mathbb{N}$ .

Determinați măsurile unghiurilor.

.....

.....

.....

.....

.....

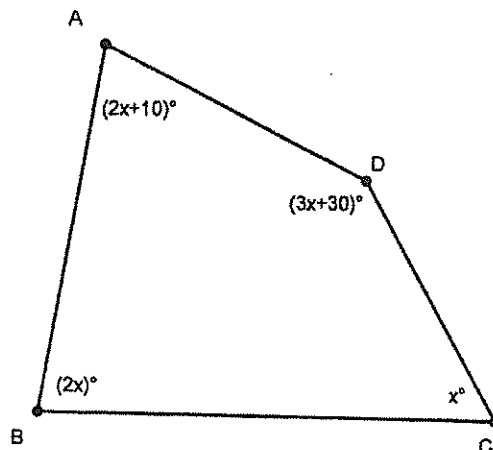
.....

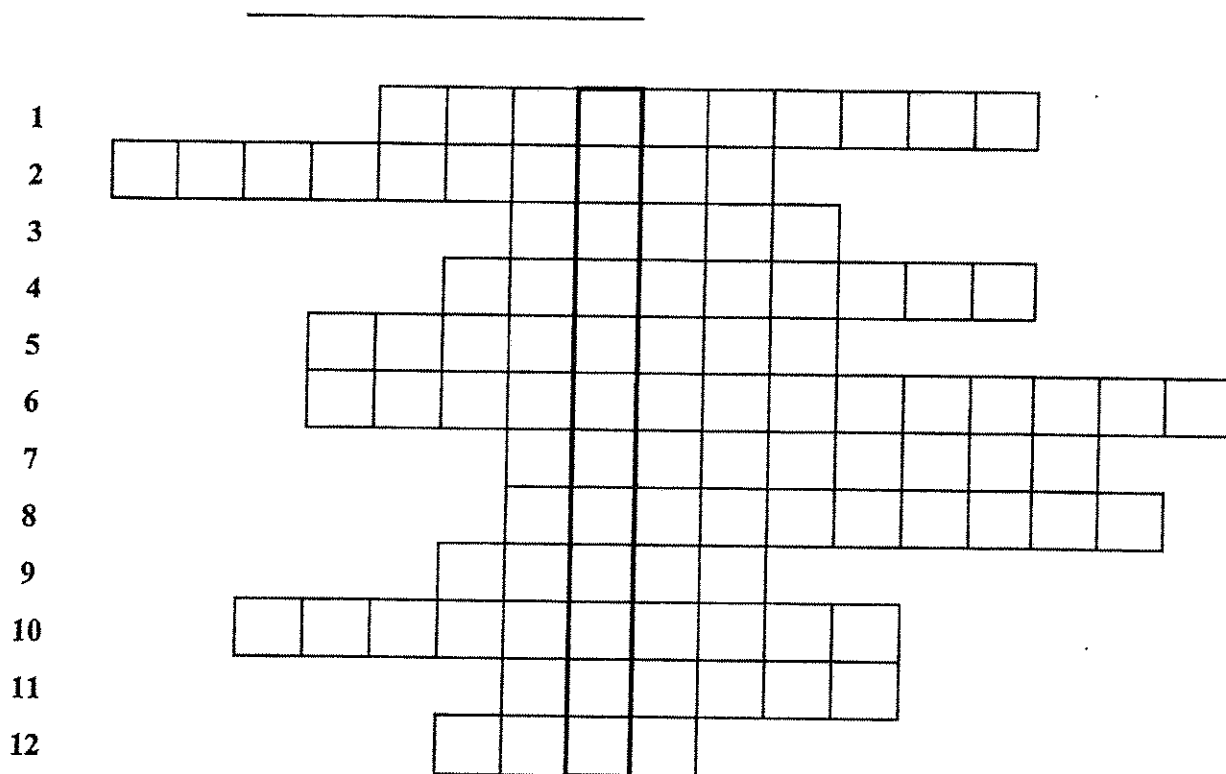
.....

.....

.....

.....

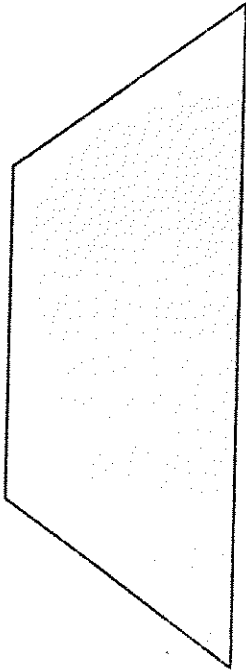
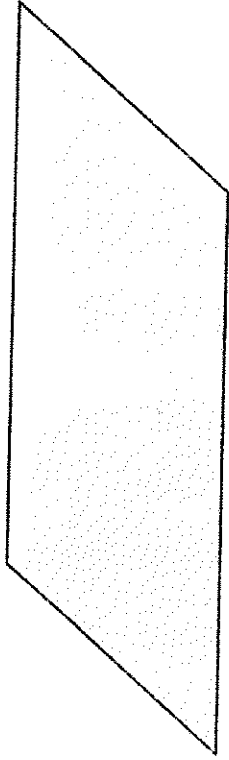
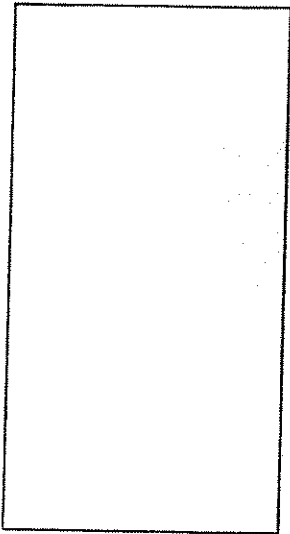
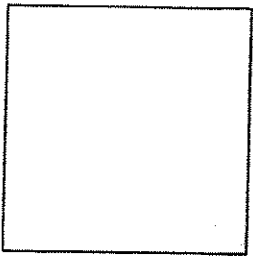
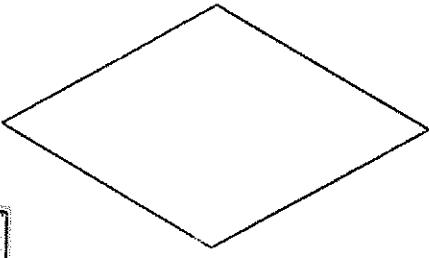




- 1 Paralelogramul cu un unghi drept este.....
- 2 Ce linie importantă este diagonala în romb.....
- 3 Unghiul care are  $90^\circ$  se numește.....
- 4 Segmentul ce unește două vârfuri opuse în patrulater este.....
- 5 Patrulaterul cu laturile opuse.... este paralelogram
- 6 Între diagonalele rombului se formează unghiuri drepte, deci ele sunt.....
- 7 Paralelogramul cu două laturi..... congruente este romb
- 8 Segmentele care au aceeași lungime sunt.....
- 9 Are măsura exprimată în grade.....
- 10 Drepte ce se intersectează într-un punct se numesc.....
- 11 Patrulaterul care este și dreptunghi și romb este.....
- 12 Paralelogramul care are diagonalele perpendiculare este.....

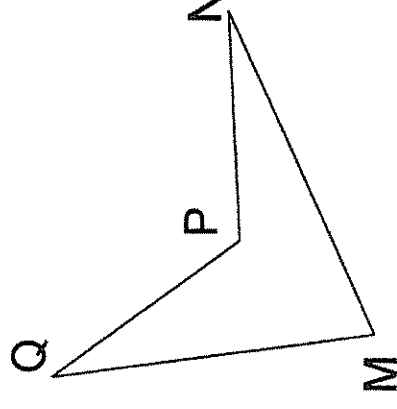
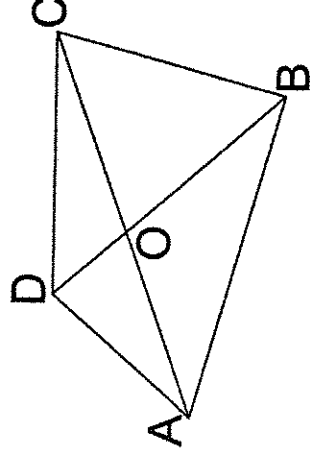
CUVINTELE GĂSITE LA FIECARE ÎNTREBARE SE TREC ÎN RÂNDURILE CORESPUNZĂTOARE FIECĂREI ÎNTREBĂRI

PATRULLE



# PATRULATERUL

- Este poligonul cu patru laturi;
- Are : 4 laturi, 4 unghiuri; 4 varfuri; 2 diagonale.
- Suma masurilor unghiurilor unui patrulater convex este de  $360^\circ$
- Patrulater convex                      Patrulater neconvex



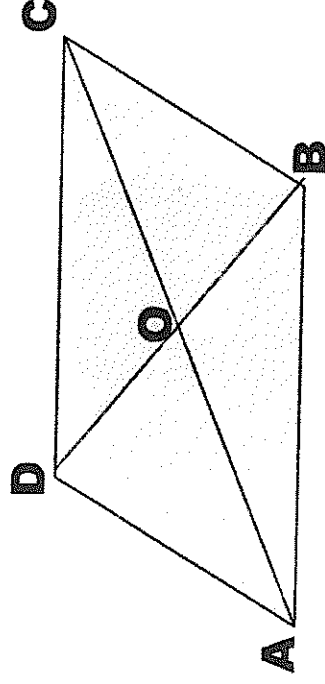
## Paralelogramul

Definiție. Patrulaterul cu laturile opuse paralele două câte două se numește paralelogram.

Propoziții:

Un patrulater este paralelogram dacă și numai dacă:

- Are laturile opuse congruente;
- Are doua laturi opuse paralele si congruente;
- Are unghiurile opuse congruente ;
- Diagonalele se taie in părți congruente(diagonalele se înjumătățesc)



**ABCD paralelogram  $\Leftrightarrow$**   
 **$\Leftrightarrow AB \parallel CD$  si  $AD \parallel BC$**

## Paralelograme particulare

Dreptunghiul este paralelogramul cu un unghi drept;

- Are diagonalele congruente;

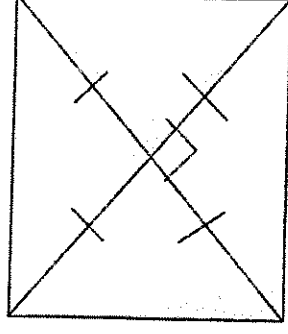
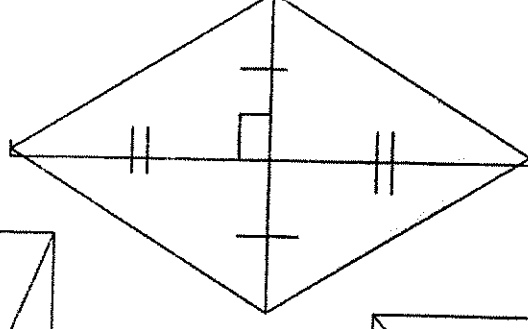
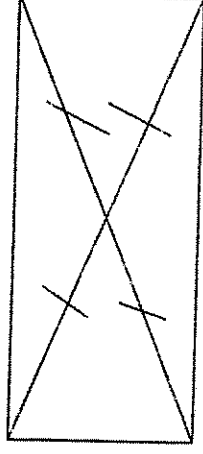
Rombul este paralelogramul cu două laturi consecutive congruente;

- Are diagonalele perpendiculare
- Diagonalele sunt bisectoarele unghiurilor de la vârf

Pătratul este rombul cu un unghi drept

Pătratul este dreptunghiul cu două laturi consecutive congruente;

- Are diagonalele perpendiculare și congruente;



# TRAPEZUL

**Definitie:** Trapezul este patrulaterul cu două laturi paralele și celelalte două neparalele;

Laturile paralele se numesc baze : B-baza mare, respectiv b-baza mică

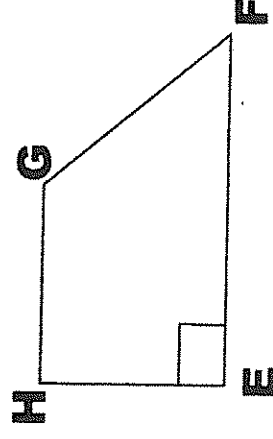
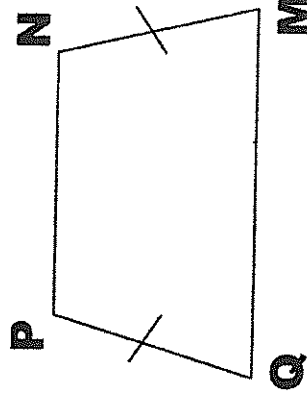
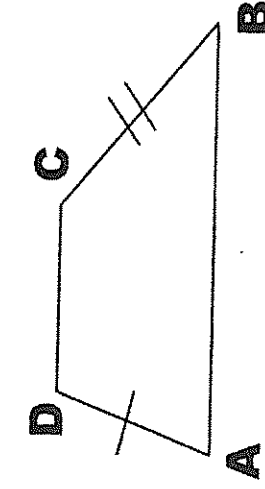
## Clasificare:

- Trapez oarecare: are laturile neparalele necongruente;
- Trapez isoscel: are laturile neparalele congruente;
- Trapez dreptunghic: are un unghi drept;

ABCD - oarecare

MNPQ- isoscel

EFGH- dreptunghic





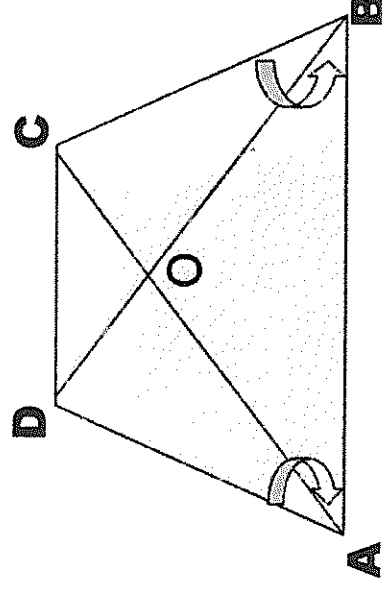
## TRAPEZUL ISOSCEL

**Definiție** : Trapezul cu laturile neparalele congruente se numește trapez isoscel.

**Propoziții**:

Un trapez este isoscel dacă și numai dacă:

- Unghiurile alăturate bazelor sunt congruente;
- Diagonalele sunt congruente;



## Simetrii în patrulaterare particulare

### Dreptunghiul:

- Punctul de intersecție al diagonalelor este centru de simetrie;
- Mediatoarele laturilor opuse sunt axe de simetrie;

### Pătratul:

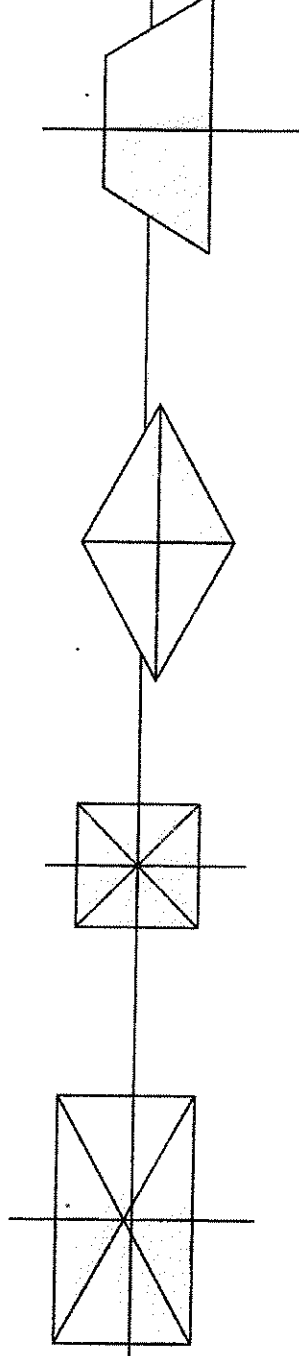
- Punctul de intersecție al diagonalelor este centru de simetrie;
- Diagonalele și mediatoarele laturilor opuse sunt axe de simetrie

### Rombul:

- Punctul de intersecție al diagonalelor este centru de simetrie
- Diagonalele sunt axe de simetrie

### Trapezul isoscel:

- Mediatoarea comună a bazelor este axă de simetrie

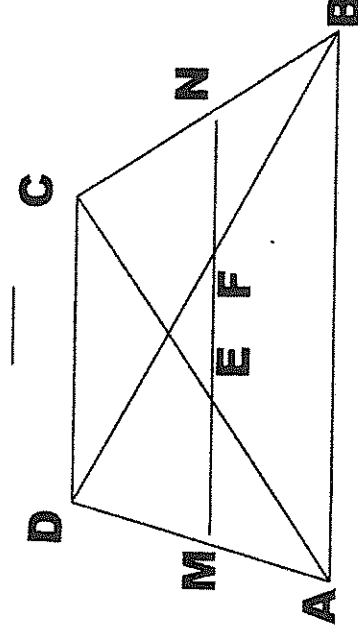


## LINIA MIJLOCIE IN TRAPEZ

- Linia mijlocie intr-un trapez este segmentul cu extremitatile in mijloacele laturilor neparalele;
- Teorema: Linia mijlocie a trapezului este paralela cu bazele si are lungimea egala cu semisuma lungimilor bazelor;  
Segmentul cu extremitatile in mijloacele diagonalelor are lungimea egala cu semidiferenta lungimilor bazelor;

$$MN = \frac{B + b}{2}$$

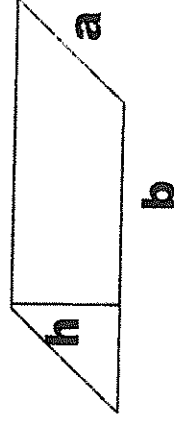
$$EF = \frac{B - b}{2}$$



## PERIMETRE SI ARII

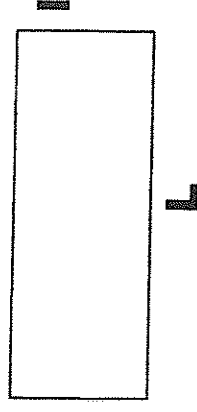
### Paralelogramul:

$$P = 2(a + b); A = b \cdot h$$



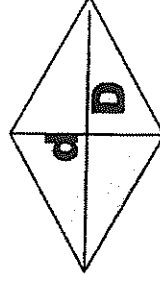
### Dreptunghiul:

$$P = 2(L + l); A = L \cdot l$$



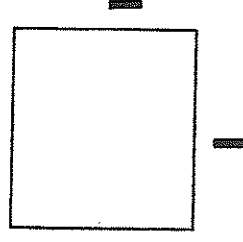
### Rombul:

$$P = 4l; A = (D \cdot d):2$$



### Patratul:

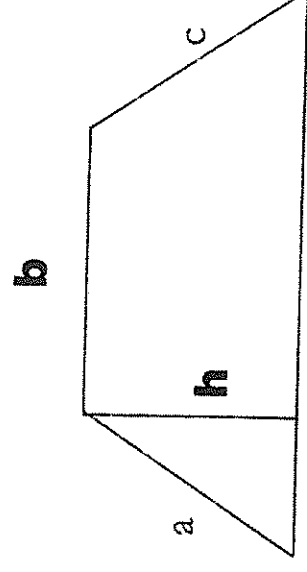
$$P = 4l; A = l^2$$



## PERIMETRUL SI ARIA TRAPEZULUI

- Aria trapezului este egala cu produsul dintre semisuma lungimilor bazelor si inaltime

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

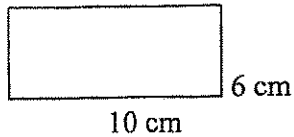


- Perimetrul trapezului este egala cu suma lungimilor laturilor.

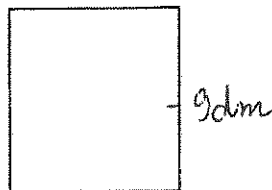
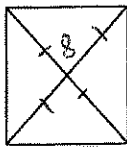
$$P = B + b + a + c$$

**EXERCITII ȘI PROBLEME**  
aplicații la portofoliul „PATRULATERE,,

1. Desenați și notați dreptunghiul ABCD. Numiți elementele sale
2. Desenați și notați un pătrat. Duceți diagonalele. Enunțați proprietățile pătratului
3. Desenați și notați un paralelogram. Duceți înălțimea.
4. Pentru dreptunghiul din imagine calculați aria și perimetrul.

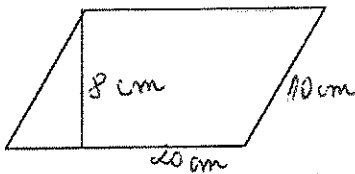


5. Pentru pătratele din imagine calculați aria .



!! Scrieți formulele pentru arie și pentru fiecare caz în parte alegeți-o pe cea corespunzătoare , în funcție de datele problemei

6. Calculați aria și perimetrul paralelogramului din imagine.



**Probleme cu conținut practic:**

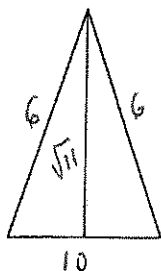
1. Un agricultor are un teren sub forma unui dreptunghi cu lungimea de 350m și înălțimea de 150 m
  - a) Proprietarul vrea să închidă terenul cu gard din sârmă ghimpată , trei rânduri de sârmă ( câte un rând sus , la mijloc și jos)
    - i) Calculați câți m liniari de sârmă îi sunt necesari.
    - ii) Sârma ghimpată se vinde la kg . 1 Kg de sârmă ghimpată conține 2m liniari și costă 5,25lei/kg. Calculați ce sumă de bani îi este necesară proprietarului pentru a cumpăra sârma .
  - b) Calculați care este suprafața pe care o are terenul . Pentru anul în curs subvenția pe care o acordă statul pentru suprafețele agricole este de 78€/ha. Stiind că  $1\text{€} = 4,26\text{lei}$  calculați suma de bani pe care proprietarul terenului o primește .

!! Se urmărește

- identificarea ipotezei și concluziei a problemei
- transpunerea problemei practice in problemă teoretică
- modul în care se fac transformările unităților de măsură
- modul în care se efectuează calculele
- interpretarea rezultatelor

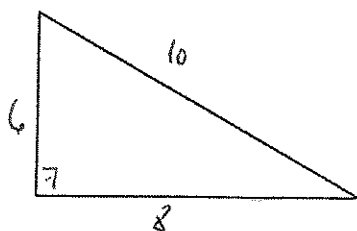
**EXERCITII ȘI PROBLEME**  
aplicații la proiectul „ TRIUNGHIUL „

1. Desenați și notați  $\triangle ABC$ . Numiți elementele sale
2. Desenați și notați un triunghi dreptunghic. Numiți ipotenuza și catetele triunghiului.
3. Desenați și notați  $\triangle ABC$  cu  $m(\hat{B}) = 90^\circ$ . Numiți laturile triunghiului.
4. Pentru triunghiul din imagine calculați aria și perimetrul.



!! Scrieți toate formulele pentru arie și alegeți pentru calcul cea potrivită situației din imagine

5. Pentru triunghiul din imagine calculați aria și perimetrul



**Probleme cu conținut practic:**

1. Un agricultor are un teren sub forma unui triunghi cu baza de 200m și înălțimea de 175 m

a) Calculați aria triunghiului

- b) Știind că un agricultor primește subvenție pentru o suprafață de cel puțin 30 ari , verificați dacă persoana respectivă poate depune cerere de obținere a subvenției

!! Se urmărește

- identificarea ipotezei și concluziei a problemei
- transpunerea problemei practice in problemă teoretică
- modul în care se fac transformările unităților de măsură
- modul în care se efectuează calculele
- interpretarea rezultatelor

## MEDIA ARITMETICĂ

Fie numerele  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  unde  $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$

$$m_a = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

!! Media aritmetică se utilizează la școală la calculul mediilor semestriale la materiile care nu au prevăzută în programă teză( cu două zecimale exacte ,iar media se rotunjește la întreg) și la calculul mediei anuale( media se calculează cu două zecimale exacte , fără rotunjire).

**Exerciții de tipul:**

1. Ce medie are în catalog un elev la franceză , dacă notele sale sunt : 7,6,6
2. Ce medie are în catalog un elev la franceză , dacă notele sale sunt : 7,7,6

Se urmărește :

- modul în care se transformă fracția ordinară în fracție zecimală
- modul în care se rotunjește un număr

**Probleme cu conținut practic**( asemănătoare celor propuse pentru pregătirea susținerii examenului național:

1. O persoană a cumpărat mere de trei calități astfel: 3kg mere calitatea I cu 5 lei /kg , 6 kg mere calitatea a II-a cu 4 lei/kg și 10 kg mere cal. A III-a cu 1,5 lei/kg. Care este prețul mediu al unui kg de mere?
2. Un agricultor a avut de recoltat grâu de pe două parcele de câte 1 ha fiecare . În prima parcelă producția a fost de 3t la ha ,iar în a doua parcelă producția a fost de 4,5t la ha. Care este producția medie la ha ?

Se urmărește modul în care elevii identifică ipoteza și concluzia problemelor , modul în care gândesc rezolvarea.

## MEDIA ARITMETICĂ PONDERATĂ

Fie numerele  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  unde  $n \in \mathbb{N}^* - \{1\}$  cu ponderile  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$

$$m_{op} = \frac{p_1 \times a_1 + p_2 \times a_2 + p_3 \times a_3 + \dots + p_n \times a_n}{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n}$$

**Exerciții de tipul:**

1. Calculați media aritmetică ponderată a numerelor 2,3,5,7 cu ponderile 3,4,5,6
2. Calculați media aritmetică ponderată a numerelor 2,3; 4,5;7,2;1,2 cu ponderile 3,4,5,6

Se urmărește modul în care se efectuează calculele.

**Probleme**( asemănătoare celor propuse pentru pregătirea susținerii examenului național:

1. După testarea inițială la matematică profesorul întocmește următorul tabel :

|   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| Nota obținută                             | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nr. elevi care au obținut nota respectivă | 2 | 5 | 6 | 2 | 4 | 3 | 4 | 2  |

Calculați media pe clasă.

!! Media de calcul a mediei la materiile care au prevăzute în programă teză este tot o medie aritmetică ponderată și se calculează cu formula

$$M = \frac{3 \times m_a + T}{4} \text{ unde } m_a \text{ - este media aritmetică a notelor obținute pe parcursul semestrului}$$

T-este nota obținută la teză

**Exerciții de tipul:**

1. Calculați media pe care o obține un elev care are obține la evaluările pe parcurs notele , 3,4,3,3,5,6 și la teză nota 5
2. Calculați media pe care o obține un elev care are obține la evaluările pe parcurs notele , 5,4,5,5,5,6 și la teză nota 3

Se pune în evidență importanța notelor obținute la evaluările curente .



### MEDIA GEOMETRICĂ

Fie numerele  $a_1, a_2$  astfel încât  $a_1 \times a_2 \geq 0$

$$m_g = \sqrt{a_1 \times a_2}$$

!! Se atrage atenția că această medie se utilizează foarte mult la geometrie ca medie proporțională

$$m_g^2 = a_1 \times a_2$$

### MEDIA ARMONICĂ

Fie numerele  $a_1, a_2$

$$m_h = \frac{2 \times a_1 \times a_2}{a_1 + a_2}$$

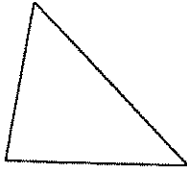
**Exerciții** de calcul a celor două medii , numerele aparținând fiecărei mulțimi de numere învățate

Exerciții și probleme propuse

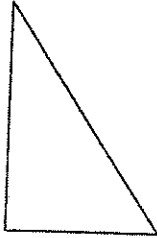
|  |   |
|--|---|
| <p>Determinați ( aflați ) termenii necunoscuți:</p> $\frac{x}{3} = \frac{18}{6}$                   | $x = \frac{3 \times 18}{6} \Rightarrow x = \frac{54}{6} \Rightarrow x = 9$ $x = \frac{3 \times 18}{6} \Rightarrow x = \frac{3 \times 3}{1} \Rightarrow x = 9$   |
| $\frac{x}{4} = \frac{12}{24}$  |   |
| $\frac{8}{x} = \frac{24}{6}$   |   |
| $\frac{10}{25} = \frac{x}{50}$   |   |
| $\frac{3}{5} = \frac{27}{x}$   |   |
| <p>Știind că</p> $\frac{3}{a} = \frac{b}{10}$ <p>calculați <math>2ab+5</math></p>                  | $\frac{3}{a} = \frac{b}{10} \Rightarrow a \times b = 3 \times 10 \Rightarrow ab = 30 \Rightarrow 2ab + 5 = 2 \times 30 + 5 = 60 + 5 = 65$   |
| $\frac{6}{a} = \frac{b}{15}$ <p>calculați <math>65-10ab</math></p>                                 |   |
| $\frac{x}{9} = \frac{-1}{y}$ <p>calculați <math>3xy-10</math></p>                                  |   |
| <p>Știind că 3 kg mere costă 15 lei , câți lei costă 5 kg mere</p>                                 | <p>3kg mere.....15 lei<br/>5kg mere.....x lei</p> $D.P. \frac{3}{5} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \times 15}{3} \Rightarrow x = 25$ <p>Interpretarea rezultatelor : 5 kg mere costă 25 lei</p>                     |
| <p>Concepeți și rezolvați trei probleme asemănătoare</p>   |   |
|  |   |
|  |   |
| <p>Trei muncitori termină o lucrare în 6 ore . În câte ore termină aceeași lucrare 6 muncitori</p> | <p>3 muncitori.....6 ore<br/>6 muncitori.....x ore</p> $I.P. \frac{3}{6} = \frac{x}{6} \Rightarrow x = \frac{3 \times 6}{6} \Rightarrow x = 3$ <p>Interpretarea rezultatului : 6 muncitori termină lucrarea în trei ore</p> |
| <p>Concepeți și rezolvați trei probleme asemănătoare</p>   |   |
|  |   |
|  |   |

## Triunghiul

**Clasificare după măsura unghiurilor**  
Triunghi oarecare-ascuțitunghic



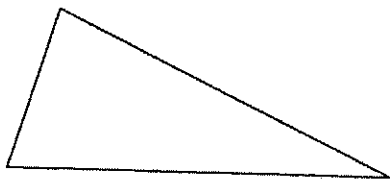
Triunghi dreptunghic



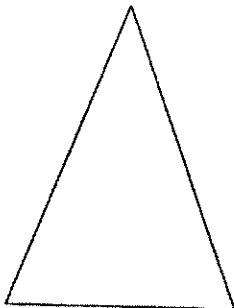
Triunghi obtuzunghic



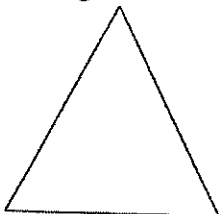
**Clasificare după lungimile laturilor**  
Triunghi oarecare



Triunghi isoscel



Triunghi echilateral



## Patrulatere

Paralelogramul



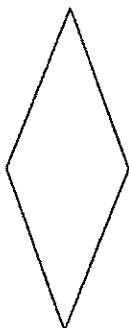
Dreptunghiul



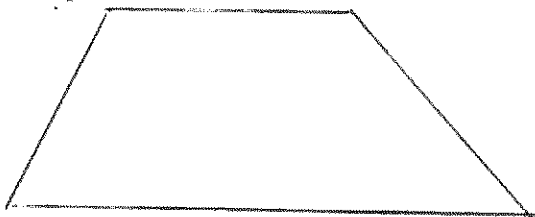
Pătratul



Rombul



Trapezul oarecare



Trapezul dreptunghic



Trapezul isoscel

