

• Aria  $A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot h_a}{2}$

• Aria unui triunghi dreptunghic  $A = \frac{\text{catetă} \cdot \text{catetă}}{2}$

• Aria unui triunghi echilateral  $A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$

Ariile patruleterelor		<b>ARIA UNUI PARALELOGRAM</b> • $A = \text{baza} \cdot \text{înălțimea} = AB \cdot h$
		<b>ARIA UNUI DREPTUNGHI</b> • $A = L \cdot l$
		<b>ARIA UNUI PĂTRAT</b> • $A = l^2$
		<b>ARIA UNUI ROMB</b> • $A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$ • $A = l \cdot h$
		<b>ARIA UNUI TRAPEZ</b> • $A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$

**APLICAȚII:**

**1. Calculați:**

- Aria dreptunghiului cu dimensiunile de 8 cm și 4 cm;
- Aria unui pătrat cu latura de 5 cm;
- Aria unui pătrat cu perimetrul de 20 cm;
- Aria unui triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 12 cm și 15 cm;

e) Aria unui dreptunghi cu lungimea de 16 cm și lățimea un sfert din lungime.

- . Calculați aria unui paralelogram cu lungimea unei laturi de 120 mm și înălțime corespunzătoare ei de 4 cm.
- . Calculați aria unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 10 cm și 0,5 cm;
- . Calculați aria unui pătrat cu latura de 0,05 m;
- . Calculați aria unui romb cu lungimile diagonalelor de 16 cm și 12 cm;
- . Calculați aria unui romb cu latura de 7 cm și înălțimea de 5 cm;
- . Calculați aria unui trapez cu înălțimea de 7 cm și lungimea liniei mijlocii de 10 cm;
- . Calculați aria unui trapez dreptunghic cu lungimile bazelor 5 cm, respectiv 13 cm, iar lungimil laturilor neperalele de 6 cm, respectiv 10 cm.
- . Calculați aria unui trapez cu lungimile bazelor de 10 cm, respectiv 16 cm și lungimea înălțimi de 5 cm;

0.  $\hat{\tau}$ -triunghiul oarecare ABC, se duc:  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$  și  $BE \perp AC$ ,  $E \in (AC)$ .

- a) Dacă  $AC=16$  cm,  $BE=9$  cm și  $AD=8$  cm, calculați  $A_{\Delta ABC}$  și  $BC$ ;
- b) Dacă  $AC=15$  cm,  $BC=9$  cm,  $AD=10$  cm, calculați  $A_{\Delta ABC}$  și  $BE$ ;
- c) Dacă  $A_{\Delta ABC}=45,5$  cm<sup>2</sup>,  $AD=7$  cm,  $AC=13$  cm, calculați  $BC$  și  $BE$ .

1. Aflați aria unui romb cu diagonala mică de 8 cm, iar diagonala mare egală cu dublul diagonale mici;

2. Calculați aria unui paralelogram cu lungimea unei laturi de 560 mm și înălțime corespunzătoare de 2,2 dm;

3. Calculați aria unui dreptunghi în fiecare din cazurile de mai jos:

- a) Perimetrul dreptunghiului este de 45 cm și lățimea este un sfert din lungime;
- b) Lungimea dreptunghiului este de 23,5 cm, iar lățimea este de  $\frac{3}{5}$  din lungime.

4. Calculați aria unui pătrat cu latura de:

- a) 4 cm;
- b) 3,5 dm;
- c) 1,(3) cm.

5. Calculați aria unui pătrat care are perimetrul egal cu:

- a) 12 cm;
- b) 26 cm;
- c) 13,2 dm.

6. Calculați aria unui trapez cu baza mică de 15 cm, baza mare de 7,2 dm și înălțimea de 4 cm.

7. Calculați aria unui trapez dreptunghic cu baza mică 14 cm, baza mare 26 cm și latură perpendiculară pe baze de 8 cm.

8. Un romb are diagonalele de 0,16 m și 1,2 dm și latura egală cu 10 cm.

- a) Calculați aria rombului;
- b) Calculați înălțimea rombului.

9. Un triunghi dreptunghic are laturile direct proporționale cu numerele 3, 4 și 5 și perimetrul ega cu 48 cm. Calculați aria triunghiului.

10. Un triunghi dreptunghic are laturile direct proporționale cu numerele 5, 12 și 13, iar perimetru egal cu 180 cm. Calculați aria triunghiului

**Unitatea de învățare: PERPENDICULARITATE (I)** (Drepte perpendiculare ♦ Distanța de la un punct la o dreaptă ♦ Înălțimea unui triunghi – definiție, desen ♦ Concurența înălțimilor într-un triunghi ♦ Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice: I.C., I.U., C.C., C.U. ♦ Aria unui triunghi)

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

**Subiectul I. Completează spațiile libere:**

Urmăriți desenul din **figura 1** ( $ABCD$  este un dreptunghi) și completați spațiile libere.

- p 1. Distanța de la punctul  $D$  la dreapta  $AB$  este segmentul.....
- p 2. Distanța de la punctul  $C$  la dreapta  $BD$  este segmentul .....
- p 3. Distanța de la punctul  $C$  la dreapta  $AD$  este segmentul .....
- p 4. Dreapta  $CF$  este .....față de dreapta  $BD$ .
- p 5. Dreptele  $AE$  și  $BD$  sunt drepte.....

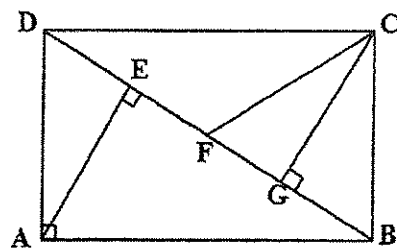


Figura 1

**Subiectul II. Alege varianta corectă. Numai un răspuns din cele date este corect:**

Urmăriți cu atenție **figura 2** și alegeți varianta corectă.

- p 1. Lungimea segmentului  $DE$  este egală cu ..... cm.  
 a) 6 cm      b) 4 cm      c) 3 cm      d) 2 cm
- p 2. Măsura unghiului  $\sphericalangle DBE$  este egală cu .....°.  
 a) 30°      b) 60°      c) 90°      d) 45°
- p 3. Criteriul de congruență a triunghiurilor  $ABC$  și  $EBD$  este .....  
 a) I.C.      b) I.U.      c) C.C.      d) C.U.
- p 4. Măsura unghiului  $\sphericalangle ABD$  este egală cu .....°.  
 a) 45°      b) 30°      c) 90°      d) 60°
- p 5. Măsura unghiului  $\sphericalangle DBC$  este egală cu .....°.  
 a) 45°      b) 30°      c) 90°      d) 60°

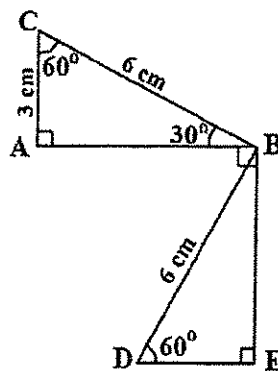


Figura 2

**Subiectul III. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor cu A sau F:**

Urmăriți cu atenție **figura 3** și stabiliți valorile de adevăr a propozițiilor de mai jos.

- p 1. „Strada Grigore Moisil este perpendiculară cu Strada Eternității”       A       F
- p 2. „Strada George Coșbuc este perpendiculară cu Strada Libertății”       A       F
- p 3. „Strada Libertății este perpendiculară cu Strada Grigore Moisil”       A       F
- p 4. „Strada Grigore Moisil este perpendiculară cu Strada George Coșbuc”       A       F
- p 5. „Strada Libertății nu este perpendiculară cu Strada Eternității”       A       F

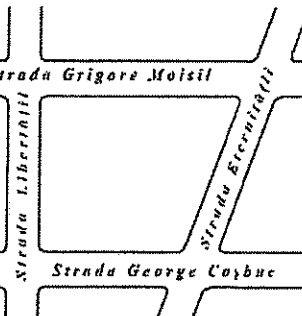


Figura 3

**Subiectul IV. Corelați (asociați) enunțurile din coloana A cu răspunsurile din coloana B:**

Urmăriți cu atenție **figura 4** și rezolvați exercițiile.

- | A   | B      |
|---|--------|
| p 1. Aria $\Delta ABC$ este egală cu .....cm <sup>2</sup> . | a) 12  |
| p 2. Lungimea lui $[BE]$ este egală cu .....cm.             | b) 120 |
| p 3. Produsul $AB \cdot CF$ este egal cu .....              | c) 150 |
| p 4. Produsul $BE \cdot AD$ este egal cu .....              | d) 90  |
|   | e) 180 |

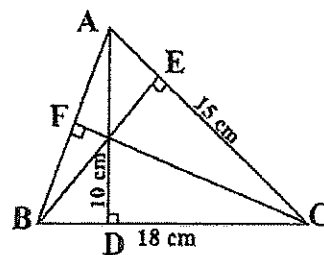


Figura 4

**Subiectul V. Pe foaia de test scrieți rezolvările complete:**

Punctele  $A$  și  $B$  din **figura 5** sunt simetrice față de punctul  $O$ . Prin punctul  $O$  trece dreapta  $d$ .  $AM \perp d, M \in d, BN \perp d, N \in d$ .

- a) Demonstrați că triunghiurile  $AOM$  și  $BON$  sunt congruente.

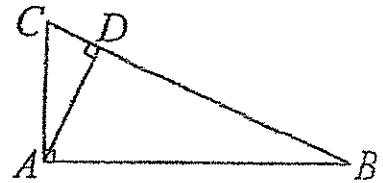


# RELATII METRICE ÎN $\Delta$ DREPTUNGHIC

## Teorema înălțimii

În orice triunghi dreptunghic, înălțimea dusă din vârful unghiului drept este medie proporțională (geometrică) între lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză.

$$AD^2 = CD \cdot DB.$$

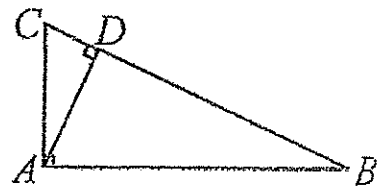


## Teorema catetei

În orice triunghi dreptunghic fiecare catetă este medie proporțională între ipotenuză și proiecția ei pe ipotenuză.

$$AC^2 = CB \cdot CD;$$

$$AB^2 = BC \cdot BD.$$



## Teorema lui Pitagora

În orice triunghi dreptunghic, pătratul ipotenuzei este egal cu suma pătratelor catetelor.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Demonstrație:

T. cat.

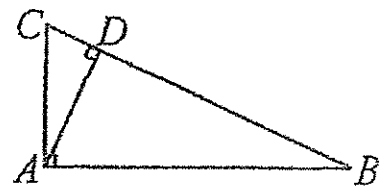
$$\Delta ABC: m(\sphericalangle A) = 90^\circ \Rightarrow AB^2 = BC \cdot BD$$

$$AC^2 = CD \cdot CB$$

---

$$AB^2 + AC^2 = BC \cdot (BD + CD)$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2.$$



## Teorema reciprocă a teoremei lui Pitagora

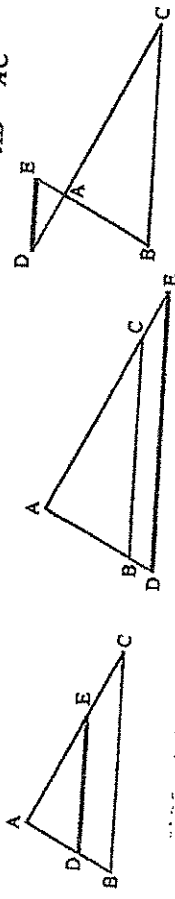
Dacă într-un triunghi, pătratul unei laturi este egal cu suma pătratelor celorlalte două laturi, atunci triunghiul este dreptunghic, iar unghiul drept este cel care se opune laturii cu lungimea cea mai mare.

Triplete de numere pitagoreice:



1. În triunghiul  $ABC$  ( $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ),  $AD \perp BC$ , avem:  $CD = 4$  cm,  $CB = 20$  cm. Aflați lungimea înălțimii  $AD$ .
2. În triunghiul  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $m(\sphericalangle C) = 60^\circ$  și  $AC = 12$  cm. Calculați lungimea înălțimii  $[AD]$ .
3. Se consideră punctele  $A(0; 3)$ ,  $B(0; -2)$ ,  $C(2; 2)$ . Verificați dacă triunghiul  $ABC$  este dreptunghic.
4. Fie trapezul dreptunghic  $ABCD$ , cu  $AB \parallel CD$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$  și  $AC \perp BC$ . Știind că  $AB = 15$  cm și  $CD = 12$  cm, calculați lungimea înălțimii trapezului.
5. Fie triunghiul  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ .
  - a) Dacă  $BD = 9$  cm,  $CD = 6$  cm, calculați  $AB$  și  $AC$ .
  - b) Dacă  $CD = \sqrt{3}$  cm,  $AC = 3\sqrt{2}$  cm, calculați  $BC$ ,  $BD$ ,  $AB$ .
  - c) Dacă  $AB = 8$  cm,  $BC = 16$  cm, calculați  $BD$ ,  $CD$ ,  $AC$ .
6. Într-un triunghi dreptunghic isoscel  $ABC$ , lungimea unei catete este  $4\sqrt{2}$  cm. Calculați:
  - a) lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză;
  - b) lungimea înălțimii  $[AD]$ ,  $D \in (BC)$ .
7. În triunghiul dreptunghic  $ABC$ ,  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $m(\sphericalangle B) = m(\sphericalangle C)$ ,  $BC = 6\sqrt{2}$  cm. Calculați perimetrul triunghiului  $ABC$ .
8. În triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $\sphericalangle A$ , se știe că  $AB = 6$  cm și  $AC = 8$  cm. Aflați lungimea segmentului  $BC$ .
9. Un triunghi dreptunghic isoscel are lungimea ipotenuzei de  $7\sqrt{2}$  cm. Aflați lungimile catetelor sale.
10. Aflați lungimea diagonalei unui pătrat știind că perimetrul său este de 48 cm.
11. În triunghiul dreptunghic  $ABC$  ( $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ) se știe că  $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$  și  $BC = 10$  cm. Aflați perimetrul triunghiului.
12. Un dreptunghi are lungimea de 8 cm și diagonala de 10 cm.

O paralelă dusă la una dintre laturile unui triunghi determină pe celelalte două laturi sau prelungirile acestora, segmente proporționale. Pentru figura de mai jos avem:  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  echivalent cu  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ .



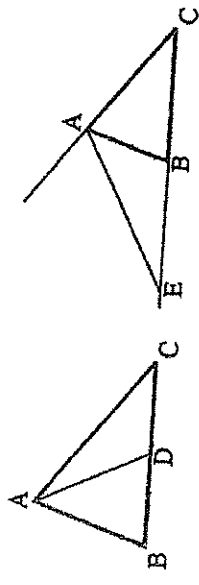
Dacă în triunghiul ABC,  $D \in AB$ ,  $E \in AC$  și  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ , atunci  $DE \parallel BC$ . Dacă în triunghiul ABC,  $D \in AB$ ,  $E \in AC$  și  $\frac{AD}{AB} \neq \frac{AE}{AC}$ , atunci  $DE \not\parallel BC$ .

Mai multe drepte paralele determină pe două secante oarecare segmente proporționale. Pentru figura de mai jos, dacă:  $d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \dots$  și  $a, b$  secante atunci

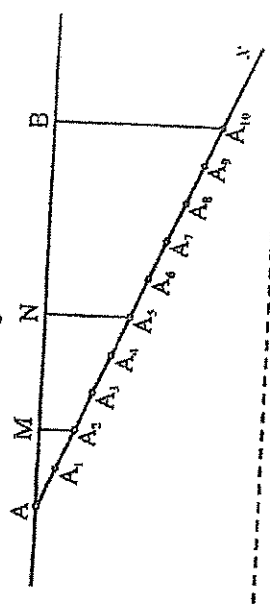
$$\frac{A_1A_2}{B_1B_2} = \frac{A_2A_3}{B_2B_3} = \frac{A_3A_4}{B_3B_4} = \dots$$

Într-un triunghi, opusă două segmente proporționale pe latura lălele două laturi. Pentru figura din stânga avem  $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ , iar pentru figura din dreapta

$$\frac{BE}{CE} = \frac{AB}{AC}, \text{ unde } [AE] \text{ este bisectoarea unghiului exterior } \sphericalangle BAC.$$



De exemplu, pentru a împărți un segment  $[AB]$  în părți proporționale cu un și 5 procedăm astfel. Considerăm semidreapta  $[Ax]$  și pe ea, cu ajutorul unui compas, construim 10 segmente congruente  $2 + 3 + 5 = 10$ .  $AA_2 = 2u, A_2A_3 = 3u, A_3A_5 = 5u$ . Unim  $A_{10}$  cu  $B$  și apoi ducem  $A_2N \parallel A_{10}B$  și  $A_3M \parallel A_{10}B$ . Cu ajutorul necchidistante obținem  $\frac{AM}{2} = \frac{MN}{3} = \frac{NB}{5}$ .



În triunghiul ABC și  $M \in [AB]$ ,  $N \in [AC]$  astfel încât  $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$  și  $MN \parallel BC$ .

- a) Calculați valorile următoarelor rapoarte:  $\frac{AM}{MB}$ ;  $\frac{AN}{NC}$ ;  $\frac{AN}{NC}$ ;  $\frac{NC}{AC}$ .
- b) Dacă  $AB = 15$  și  $AN = 8$  cm, determinați lungimile segmentelor  $AM$ ,  $MB$ .

Fie triunghiul ABC și  $D \in (AB)$ ,  $E \in (BC)$ . Dacă  $DE \parallel AC$  și:

- a)  $DB = 4$  cm,  $AB = 10$  cm;  $BC = 15$  cm, calculați  $BE$ ;  $AD$  și  $EC$ .
- b)  $EC = 3$  cm,  $BE = 12$  cm și  $AD = 6$  cm, calculați  $DB$ ;  $AB$  și  $BC$ .
- c)  $BE = 7$  cm,  $AD = 10$  cm și  $AB = 24$  cm, calculați  $DB$ ;  $EC$  și  $BC$ .
- d)  $BD = 8$  cm,  $AD = 6$  cm și  $BE = 4$  cm, calculați  $AB$ ;  $EC$  și  $BC$ .
- e)  $BD = 16$  cm,  $AB = 28$  cm și  $EC = 9$  cm, calculați  $AD$ ;  $BE$  și  $BC$ .
- f)  $AD = 6$  cm,  $AB = 16$  cm și  $EC = 18$  cm, calculați  $BD$ ;  $BE$  și  $BC$ .

În triunghiul ABC,  $E \in (AB)$ ,  $F \in (AC)$ . Dacă  $EF \parallel BC$  și:

- a)  $AB = 18$  cm;  $AC = 36$  cm;  $AE = 12$  cm, calculați  $AF$ ;  $EB$  și  $FC$ .
- b)  $AC = 16$  cm;  $AF = 6$  cm;  $EB = 5$  cm, calculați  $AB$ ;  $AE$ ;  $FC$ .
- c)  $AC = 20$  cm;  $EB = 9$  cm;  $FC = 6$  cm, calculați  $AF$ ;  $AE$ ;  $AB$ .
- d)  $AB = 27$  cm;  $AE = 15$  cm;  $FC = 16$  cm, calculați  $EB$ ;  $AF$ ;  $AC$ .
- e)  $AB = 35$  cm;  $AE = 20$  cm;  $AF = 8$  cm, calculați  $FC$ ;  $AC$ ;  $EB$ .
- f)  $AB = 24$  cm;  $EB = 18$  cm;  $FC = 12$  cm, calculați  $AC$ ;  $AF$ ;  $AE$ .

În triunghiul ABC și  $D \in (AB)$ ,  $E \in (AC)$ . Dacă  $DE \parallel BC$  și:

- a)  $AB = 12$  cm;  $AC = 16$  cm;  $AD = 8$  cm, calculați  $AE$ ;  $DB$  și  $EC$ .
- b)  $AB = 30$  cm;  $AD = 24$  cm;  $AE = 8$  cm, calculați  $AC$ ;  $DB$  și  $EC$ .
- c)  $AC = 12$  cm;  $AE = 8$  cm;  $DB = 9$  cm, calculați  $AB$ ;  $AD$ ;  $EC$ .

Tema 11.1.1.1.1

$$1) \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} =$$

$$\frac{6}{9} \cdot \frac{1}{7} =$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{13}{8} =$$

$$\frac{8}{5} \cdot \frac{1}{4} =$$

$$\left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) =$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{9}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{11}{9}\right) =$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{12}{8}\right) =$$

$$\left(-\frac{1}{8}\right) \cdot \left(+\frac{12}{6}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(+\frac{4}{7}\right) =$$

$$\left(+\frac{9}{7}\right) \cdot \left(-\frac{10}{11}\right) =$$

$$\left(+\frac{3}{13}\right) \cdot \left(-\frac{12}{11}\right) =$$

$$2) \frac{3}{9} : \frac{2}{3} =$$

$$\frac{9}{4} : \frac{6}{9} =$$

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{2} =$$

$$\frac{9}{10} : \frac{100}{4} =$$

$$\left(-\frac{1}{6}\right) : \left(-\frac{1}{9}\right) =$$

$$\left(-\frac{3}{6}\right) : \left(-\frac{12}{13}\right) =$$

$$\left(-\frac{4}{8}\right) : \left(-\frac{9}{16}\right) =$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right) : \frac{3}{10} =$$

$$\frac{9}{10} : \frac{12}{15} =$$

$$\left(-\frac{3}{8}\right) : \left(+\frac{7}{9}\right) =$$

$$\left(+\frac{4}{3}\right) : \left(-\frac{8}{9}\right) =$$

$$3) \left(\frac{4}{3}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^2 =$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^2 =$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 =$$

$$\left(-\frac{1}{10}\right)^3 =$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right)^3 =$$

$$| 5 \cdot 6 =$$

$$(-5) \cdot (-6) =$$

$$(-5) \cdot 6 =$$

$$4 \cdot 10 =$$

$$-4 \cdot (-10) =$$

$$4 \cdot (-10) =$$

$$6 \cdot 9 =$$

$$54 : 9 =$$

$$54 : 6 =$$

$$-3 \cdot 5 =$$